

準備 | 集合

A 集合と要素

まとめ

集合と要素

範囲がはっきりしたものの集まりを 集合 といい、集合を構成している1つ1つのものを、その集合の 要素 という。

x が集合 A の要素であるとき、 x は集合 A に 属する という。

また、集合とその要素について、 x が集合 A の要素であることを $x \in A$ 、 y が集合 A の要素でないことを $y \notin A$ と表す。

練習

1

有理数全体の集合を Q とする。次の $\square$ に適する記号 $\in$ または $\notin$ を入れよ。

(1) $4 \square Q$

(2) $-\frac{2}{3} \square Q$

(3) $\sqrt{2} \square Q$

教 p.7

指針 集合と要素 x が集合 A の要素であるとき $x \in A$ 、 x が集合 A の要素でないとき $x \notin A$ と表す。

解答 (1) 4 は自然数であるから、 Q の要素である。 答 $4 \in Q$

(2) $-\frac{2}{3}$ は分数であるから、 Q の要素である。 答 $-\frac{2}{3} \in Q$

(3) $\sqrt{2}$ は無理数であるから、 Q の要素でない。 答 $\sqrt{2} \notin Q$

B 集合の表し方

まとめ

集合の表し方

集合の表し方には、 $\{ \}$ の中に要素を書き並べて表す方法や、要素の満たす条件を書いて表す方法がある。

要素を書き並べて表す方法で、規則性が明らかであれば、要素の個数が多い場合や、無限に多くの要素がある場合には、省略記号……を用いて表すことがある。



集合 $C = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$ を教科書の例3のような要素の満たす条件を書いて表す方法で表してみよう。

教 p.8

解答

- 例 $C = \{x \mid x \text{ は } 1 \text{ 以上 } 15 \text{ 以下の奇数}\}$
 $C = \{2n+1 \mid n \text{ は } 0 \text{ 以上 } 7 \text{ 以下の整数}\}$
 $C = \{2n-1 \mid n \text{ は } 8 \text{ 以下の自然数}\}$ など

教 p.8

練習
2

次の集合を、要素を書き並べて表せ。

- (1) 20 の正の約数全体の集合 A
 (2) $B = \{x \mid x \text{ は } 10 \text{ 以下の正の奇数}\}$
 (3) $C = \{3n+1 \mid n=0, 1, 2, 3, \dots\}$

指針 集合の要素を書き並べて表す方法 その集合に属する要素を $\{ \}$ の中に書き並べて表す。要素の個数が多い場合や無限に多くの要素がある場合には、省略記号……を用いて表す。

解答

- (1) $A = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$ 答
 (2) $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 答
 (3) $C = \{1, 4, 7, 10, 13, \dots\}$ 答

C 部分集合

まとめ

1 部分集合

2 つの集合 A, B について、 A のすべての要素が B の要素でもあるとき、すなわち $x \in A$ ならば $x \in B$ が成り立つとき、 A を B の 部分集合 という。このとき、 A は B に 含まれる、または B は A を 含む といい、 $A \subset B$ 、または $B \supset A$ で表す。

集合 A 自身も A の部分集合である。すなわち、 $A \subset A$ である。

また、 A と B の要素がすべて一致しているとき、 A と B は 等しい といい、 $A = B$ で表す。このとき、 $A \subset B$ かつ $A \supset B$ である。

2 空集合

要素が 1 つもない集合も考える。これを 空集合 といい、 $\emptyset$ で表す。空集合のは、どんな集合に対しても、その部分集合であると約束する。

教 p.9

練習
3次の 2 つの集合の関係を、 $\subset$ 、 $=$ を使って表せ。

- (1) $A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
 (2) $C = \{1, 2, 5, 10\}$, $D = \{x \mid x \text{ は } 10 \text{ の正の約数}\}$
 (3) $P = \{x \mid x \text{ は } 12 \text{ 以下の自然数}\}$, $Q = \{x \mid x \text{ は } 12 \text{ の正の約数}\}$

指針 2つの集合の関係 集合 A のすべての要素が集合 B の要素でもあるとき、 A を B の部分集合といい、 $A \subset B$ または $B \supset A$ で表す。 A と B の要素がすべて一致しているときは、 $A=B$ で表す。

解答 (1) A の要素はすべて B の要素でもあるから

$$A \subset B \quad \text{答}$$

(2) $D=\{1, 2, 5, 10\}$ であるから $C=D$ 答

(3) $P=\{1, 2, 3, 4, \dots, 12\}$, $Q=\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

よって $Q \subset P$ 答

練習 4

次の集合の部分集合をすべてあげよ。

(1) $\{1, 2\}$

(2) $\{a, b, c\}$

指針 部分集合 その集合自身も、また、空集合も、部分集合である。

解答 (1) $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$ 答

(2) $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{b, c\}, \{a, c\}, \{a, b, c\}$ 答

D 共通部分と和集合

まとめ

共通部分と和集合

集合 A , B のどちらにも属する要素全体の集合を、 A と B の 共通部分 といい、 $A \cap B$ で表す。

また、 A , B の少なくとも一方に属する要素全体の集合を、 A と B の 和集合 といい、 $A \cup B$ で表す。

練習 5

$A=\{1, 2, 3, 4, 6\}$, $B=\{2, 4, 6, 8\}$, $C=\{1, 3\}$ について、次の集合を求めよ。

(1) $A \cap B$

(2) $A \cup B$

(3) $B \cap C$

(4) $B \cup C$

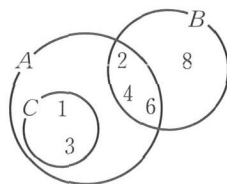
指針 共通部分と和集合 集合 A , B のどちらにも属する要素全体の集合を、 A と B の共通部分といい、 $A \cap B$ で表す。 A , B の少なくとも一方に属する要素全体の集合を、 A と B の和集合といい、 $A \cup B$ で表す。

解答 (1) $A \cap B = \{2, 4, 6\}$ 答

(2) $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$ 答

(3) $B \cap C = \emptyset$ 答

(4) $B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$ 答



E 補集合

まとめ

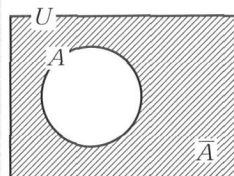
準備

集合

1 全体集合と補集合

集合を考えるときは、1つの集合 U を決めて、その部分集合について考えることが多い。このとき、 U を **全体集合** という。

全体集合 U の部分集合 A に対して、 U の要素で、 A には属さない要素全体の集合を、 U に関する A の **補集合** といい、 $\bar{A}$ で表す。



2 補集合の性質

U を全体集合とし、 A, B をその部分集合とすると

$$A \cap \bar{A} = \emptyset, A \cup \bar{A} = U, \bar{\bar{A}} = A$$

$$A \subset B \text{ ならば } \bar{A} \supset \bar{B}$$

注意 $\bar{\bar{A}}$ は A の補集合を表す。

教 p.11

練習
6

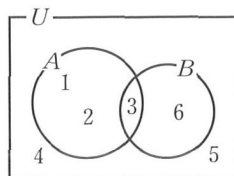
教科書の例7の集合 U と A, B について、次の集合を求めよ。

- (1) $\bar{B}$ (2) $\overline{A \cap B}$ (3) $\bar{A} \cap \bar{B}$
 (4) $\bar{A} \cup \bar{B}$ (5) $\bar{A} \cap B$ (6) $A \cap \bar{B}$

指針 補集合 U を全体集合とすると、 U の部分集合 A に対して、 U の要素で、 A には属さない要素全体の集合を、 U に関する A の補集合という。

解答 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, A = \{1, 2, 3\}, B = \{3, 6\}$

- (1) $\bar{B} = \{1, 2, 4, 5\}$ 答
 (2) $A \cap B = \{3\}$ であるから
 $\overline{A \cap B} = \{1, 2, 4, 5, 6\}$ 答
 (3) $\bar{A} = \{4, 5, 6\}$ であるから
 $\bar{A} \cap \bar{B} = \{4, 5\}$ 答
 (4) $\bar{A} \cup \bar{B} = \{1, 2, 4, 5, 6\}$ 答
 (5) $\bar{A} \cap B = \{6\}$ 答
 (6) $A \cap \bar{B} = \{1, 2\}$ 答



まとめ

ド・モルガンの法則

$A \cup B, A \cap B$ の補集合について

次の **ド・モルガンの法則** が成り立つ。

$$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}, \quad \overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$$

練習
7

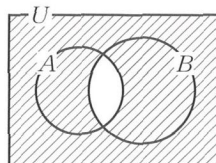
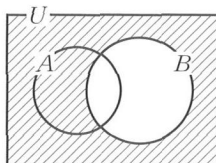
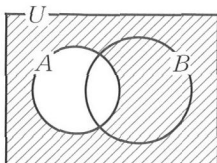
$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$ が成り立つことを、図を用いて確かめよ。

教 p.12

指針 ド・モルガンの法則 教科書 12 ページのように図をかいて、
 $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$ が成り立つことを確かめる。

解答 $\overline{A}$ と $\overline{B}$ は、それぞれ図[1]と図[2]の斜線部分であり、その和集合 $\overline{A} \cup \overline{B}$ は、図[3]の斜線部分である。

図[3]の斜線部分は $\overline{A \cap B}$ であるから、 $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$ が成り立つ。 終

[1] $\overline{A}$ [2] $\overline{B}$ [3] $\overline{A \cap B}$ 

研究 3つの集合の共通部分と和集合

まとめ

3つの集合の共通部分と和集合

3つの集合 A, B, C のすべてに属する要素全体の集合を、 A, B, C の共通部分 といい、 $A \cap B \cap C$ で表す。また、 A, B, C の少なくとも1つに属する要素全体の集合を、 A, B, C の 和集合 といい、 $A \cup B \cup C$ で表す。

練習
1

$A = \{1, 2, 3, 6\}, B = \{2, 3, 4, 5, 6\}, C = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ について、 $A \cap B \cap C$ と $A \cup B \cup C$ を求めよ。

教 p.12

指針 3つの集合の共通部分と和集合 $\{ \}$ の中に要素を書き並べて表す。

解答 $A = \{1, 2, 3, 6\}, B = \{2, 3, 4, 5, 6\},$

$C = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ について、

$A \cap B \cap C = \{2, 6\}$

$A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12\}$ 答

